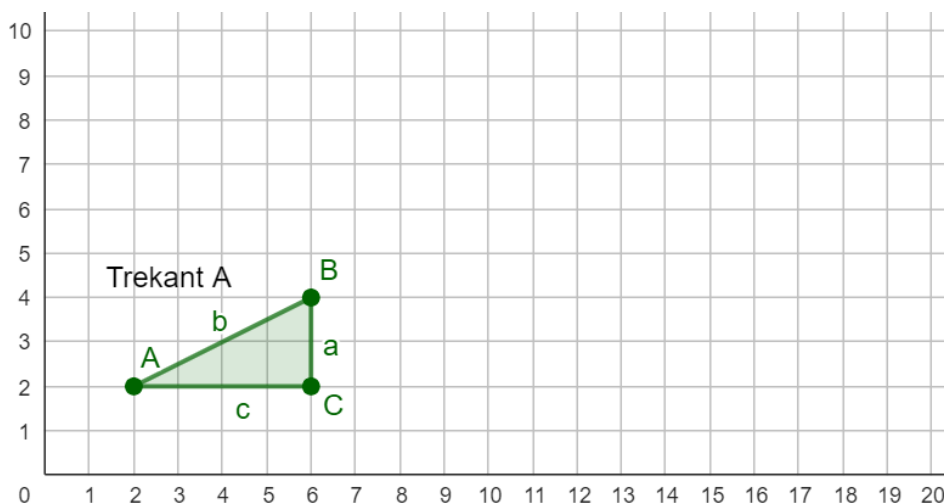


Trekanter

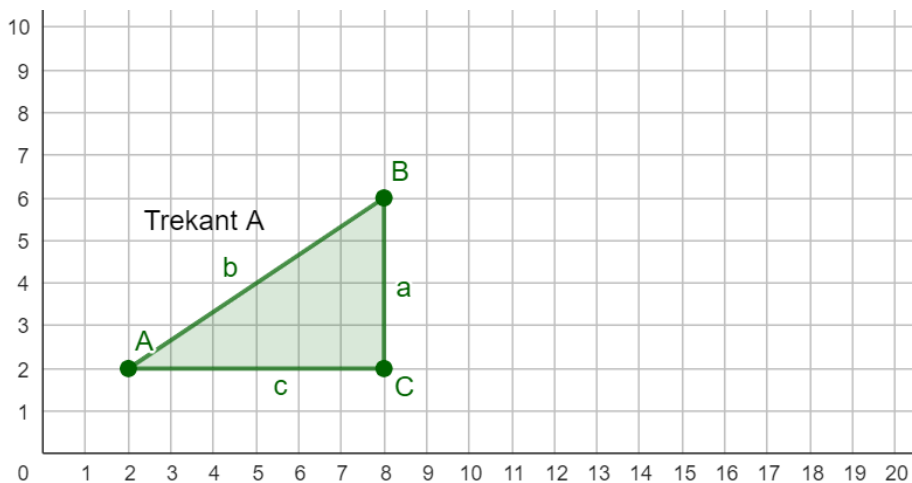
Du skal arbejde med lignedannede trekanter, Pythagoras og trigonometri

Opgave 1 - Lignedannet

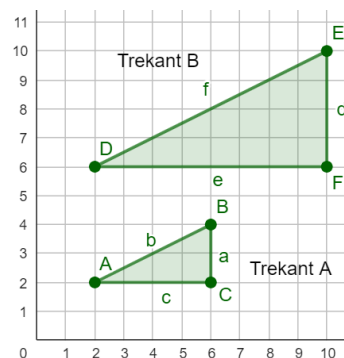
a) Tegn en lignedannet trekant herunder der er dobbelt så stor som trekant A



b) Tegn en lignedannet trekant herunder som er halv så stor som trekant A

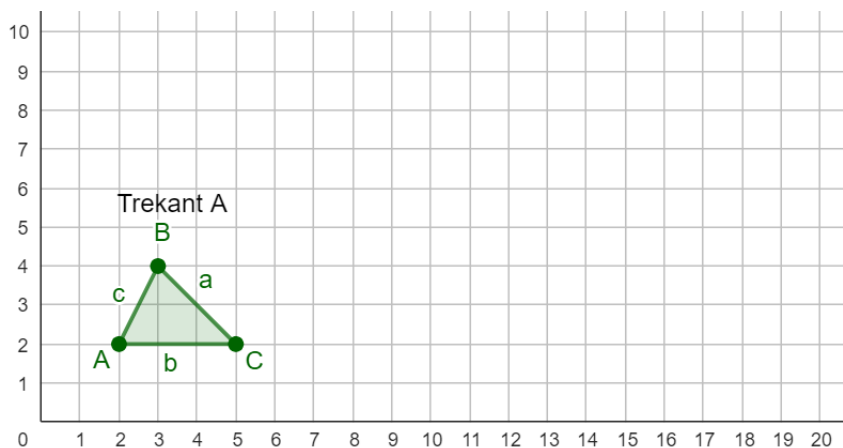


”Lignedannede- eller ensvinklede trekanter er trekanter, der har samme form, men ikke nødvendigvis samme størrelse”

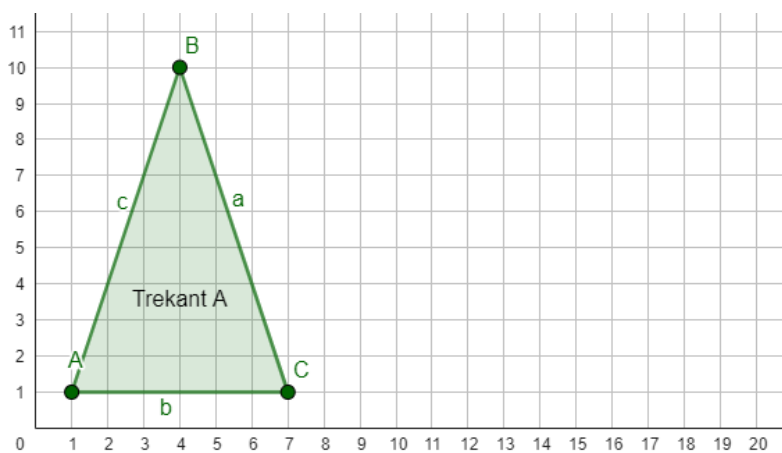


Trekant A og trekant B er lignedannet

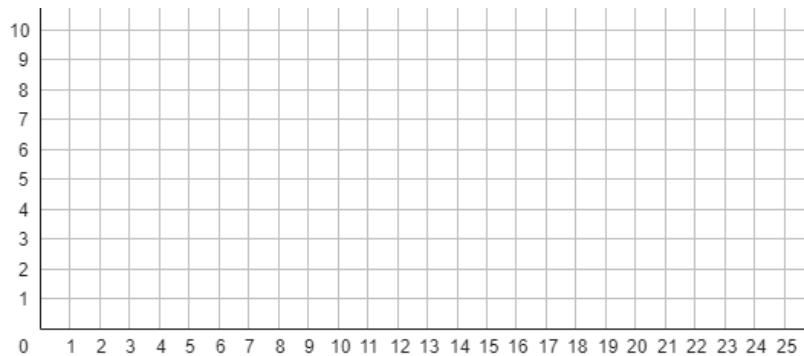
c) Tegn en ligedannet trekant herunder der er 3 gange så stor som trekant A



d) Tegn en ligedannet trekant der er 3 gange mindre end trekant A



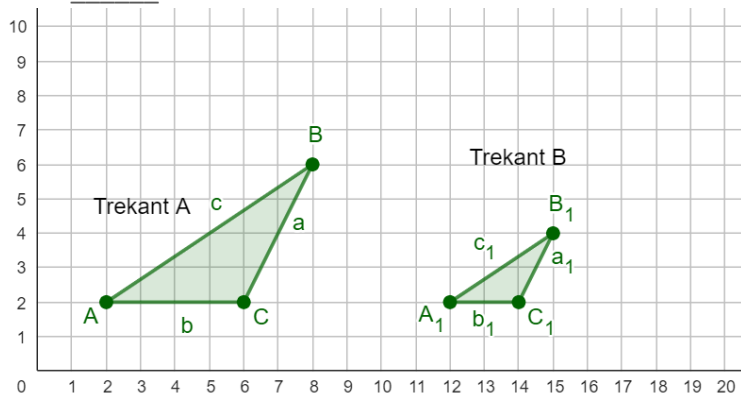
e) Tegn to ligedannede trekanter herunder hvor den ene er 1,5 gange så stor som den anden



Opgave 2 - Størrelsesforhold

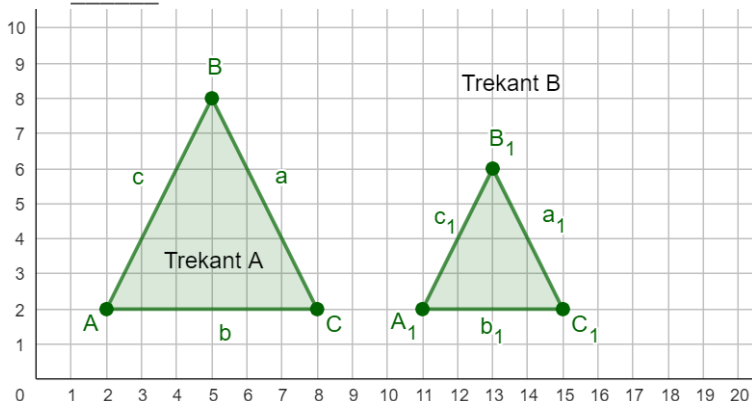
a) Hvor mange gange er trekant A større end trekant B

Svar: _____



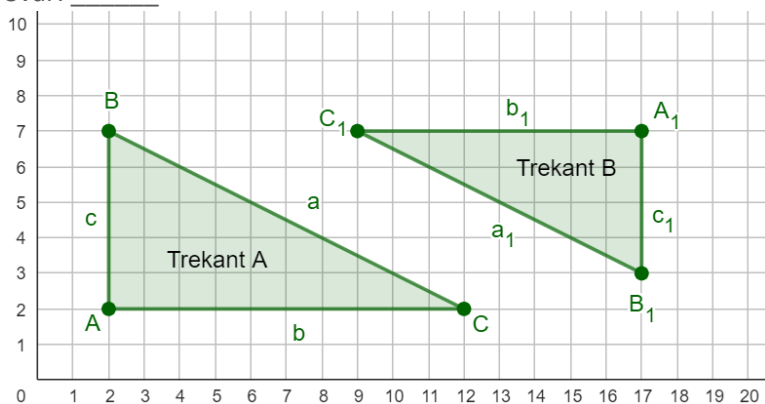
b) Hvor mange gange er trekant A større end trekant B

Svar: _____

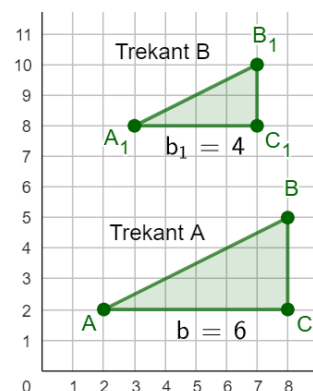


c) Hvor mange gange er trekant A større end trekant B

Svar: _____



”Størrelsesforholdet i mellem to trekanter findes ved at dividere de samme sider i hver trekant med hinanden”



Hvor mange gange er trekant A større end trekant B?

Udregning:

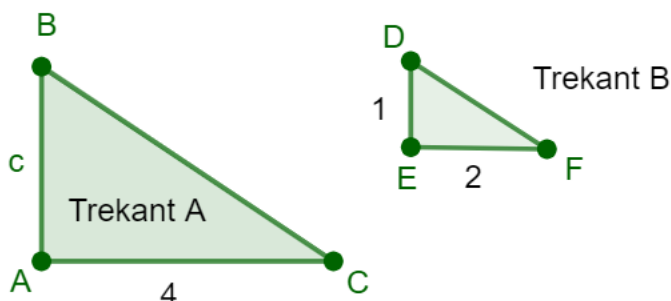
$$\frac{6}{4} = 1,5$$

Trekant A er 1,5 gange større end trekant B

Opgave 3 - Find den manglende side

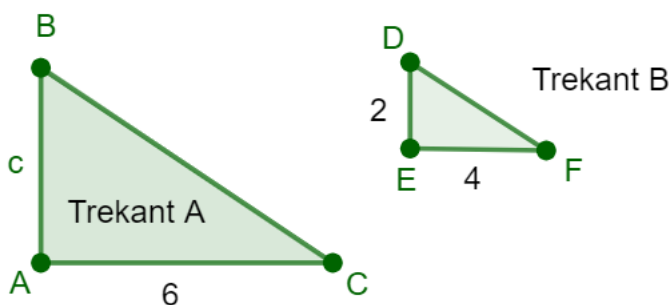
- a) Trekant A og trekant B er ligedanned. Hvor lang er siden c?

Svar: _____



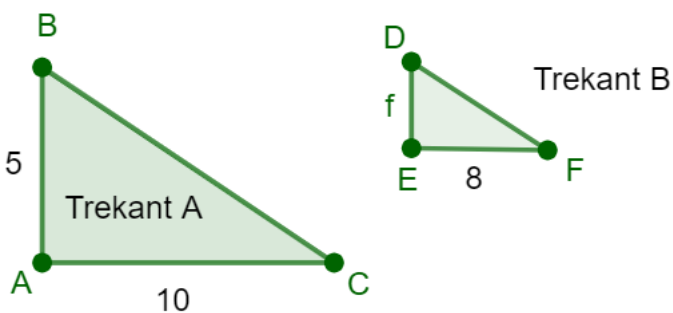
- b) Trekant A og trekant B er ligedanned. Hvor lang er siden c?

Svar: _____

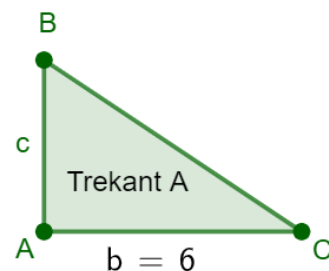
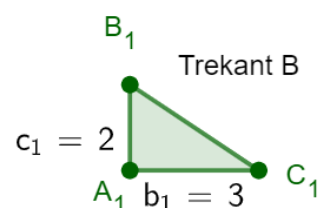


- c) Trekant A og trekant B er ligedanned. Hvor lang er siden f?

Svar: _____



”Når du skal finde den manglende længde, skal du først finde størrelsesforholdet og derefter forstørre eller formindske trekanten”



1. Vi finder først størrelsesforholdet $\frac{6}{3} = 2$

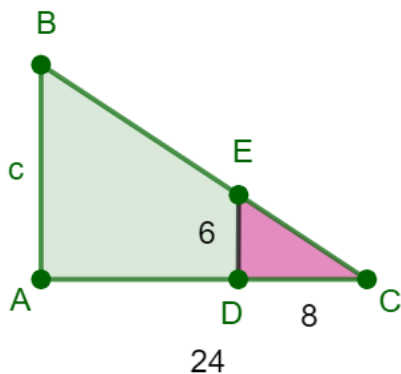
2. Derefter ganger vi siden c_1 med størrelsesforholdet $2 \cdot 2 = 4$

Nu ved vi at siden c i trekant A er 4 lang

Opgave 4 - Find højden

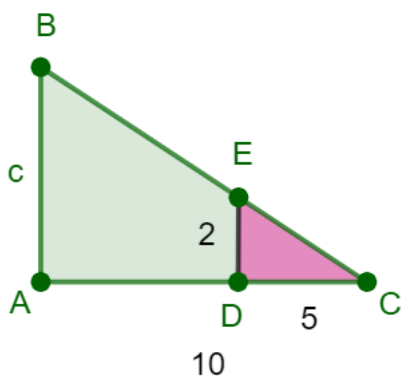
- a) $|AC| = 24, |DC| = 8, |DE| = 6$. Hvor lang er siden c ?

Svar: _____



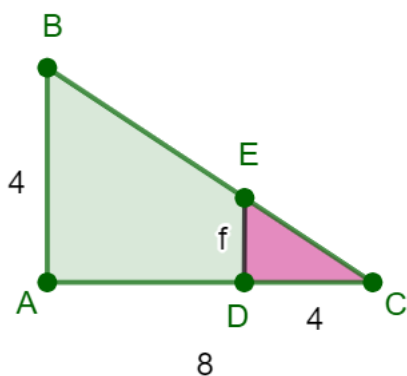
- b) $|AC| = 10, |DC| = 5, |DE| = 2$. Hvor lang er siden c ?

Svar: _____

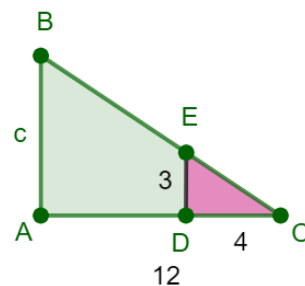


- c) $|AC| = 8, |DC| = 4, |AB| = 4$. Hvor lang er siden f ?

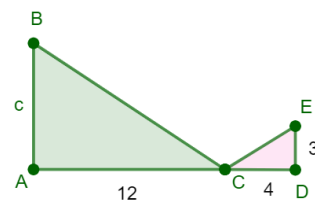
Svar: _____



”2 trekanter ligger oven i hinanden. Find først størrelsesforholdet mellem de to trekanter og derefter forstørrer eller formindsker du den anden trekant”



1. Du skiller de to trekanter fra hinanden



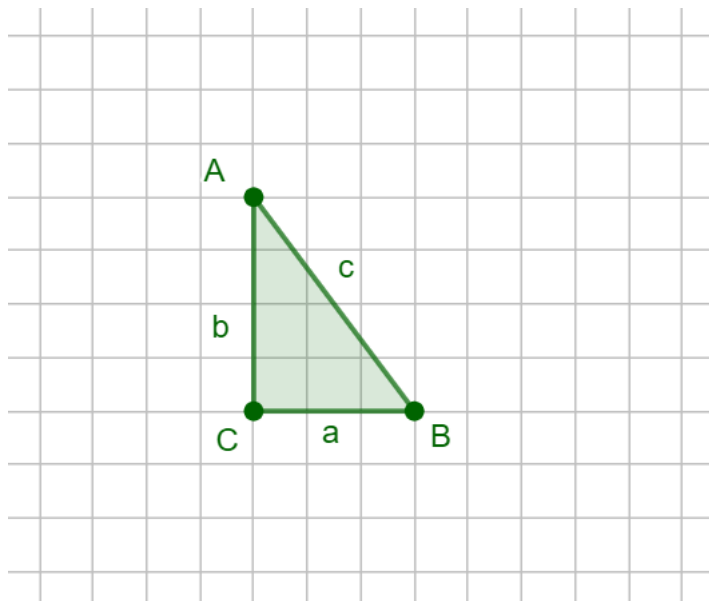
2. Find størrelsesforholdet $\frac{12}{4} = 3$
3. Derefter ganger vi siden $|DE|$ med størrelsesforholdet $3 \cdot 3 = 9$

Nu ved du at siden c er 9

Opgave 5 - Pythagoras

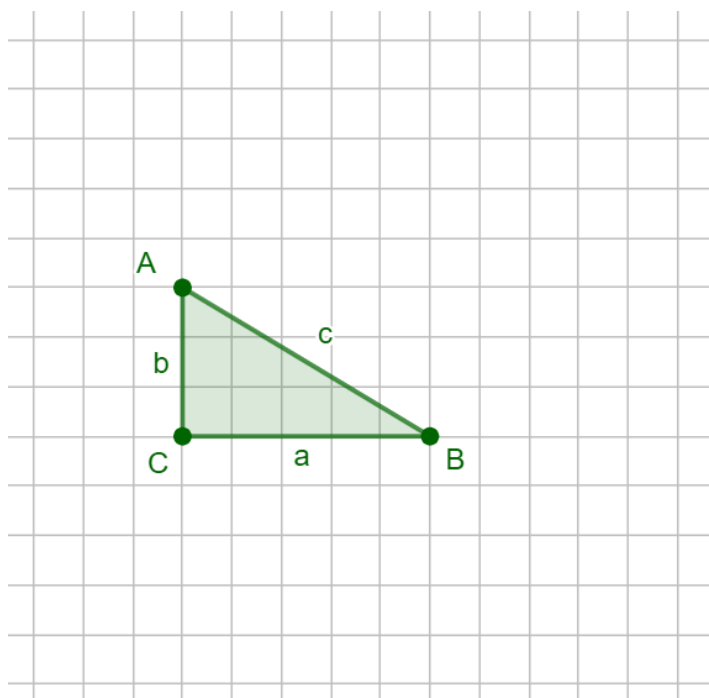
- a) Hvad er sidelængden c? - Tegn evt. kvadraterne!

Svar: _____

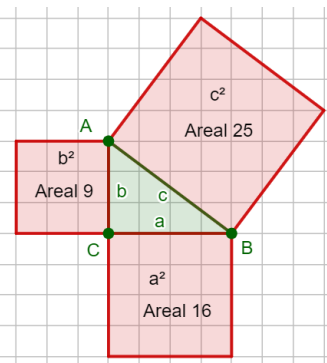


- b) Hvad er sidelængden c? - Tegn evt. kvadraterne!

Svar: _____



”Pythagoras hjælper os med at finde de manglende sider i retvinklede trekanter”



I en retvinklet trekant hvor vinkel C er 90 grader, gælder det at:

$$a^2 + b^2 = c^2$$

Det betyder at arealet af de to mindste kvadrater lagt sammen giver arealet af det store kvadrat - se tegning herover.

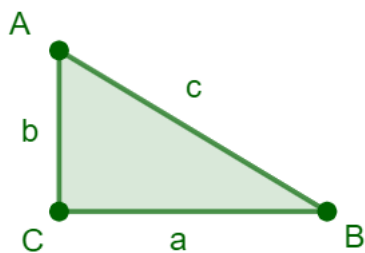
For at finde sidelængden c skal du finde kvadratroden af arealet af det store kvadrat:

$$\sqrt{25} = 5$$

Nu ved vi at sidelængden c er 5

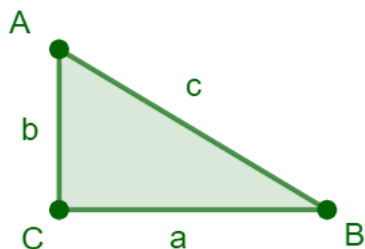
- c) Beregn sidelængden c når $a = 4$ og $b = 5$

Svar: _____



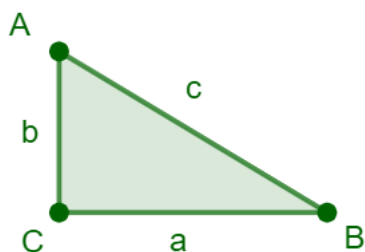
- d) Beregn sidelængden b når $c = 4$ og $a = 3$

Svar: _____



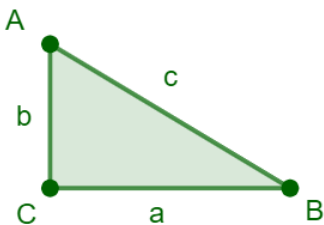
- e) Beregn sidelængden a når $c = 7$ og $b = 5$

Svar: _____



- f) Beregn sidelængden a når $c = 9$ og $b = 6$

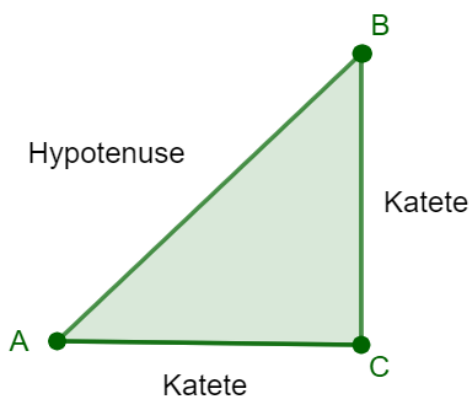
Svar: _____



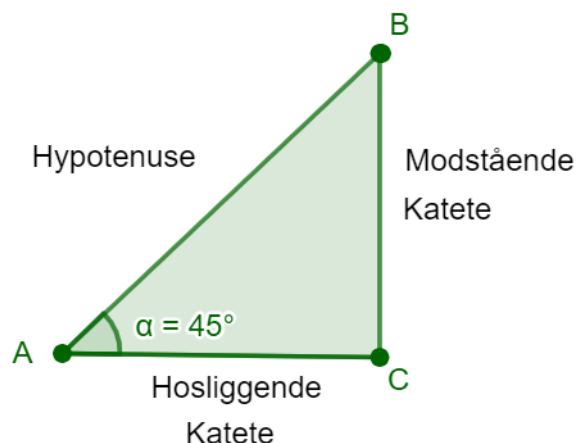
Enhedstrekanten

En enhedstrekant er en retvinklet trekant hvor en af siderne altid har en længde på 1. Derudover gælder det at:

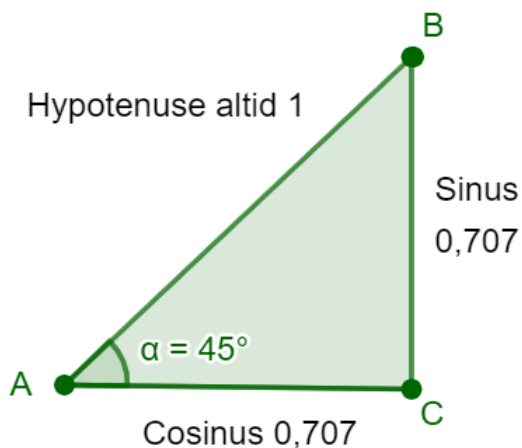
De to korte sider kaldes for kateter og den lange side kaldes for hypotenusen



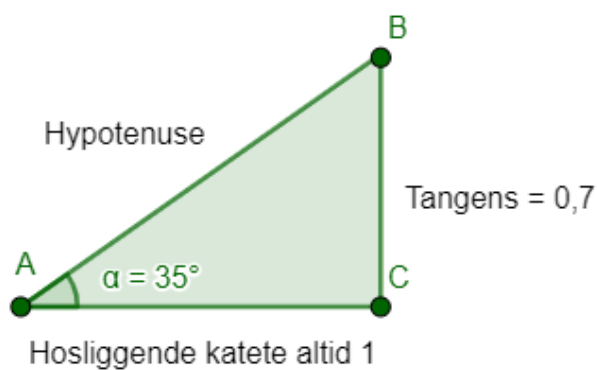
Når du måler en af de spidse vinkler i en retvinklet trekant, kalder vi kateterne for hosliggende og modstående



Når du finder cosinus og sinus er Hypotenusen altid 1 og hosliggende katete er Cosinus og modstående katete er Sinus

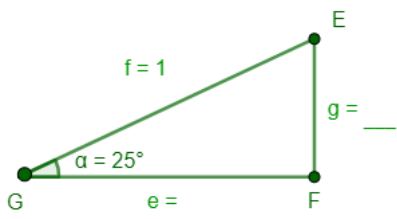


Når du finder Tangens er det altid den hosliggende katete der er 1 og modstående katete er Tangens

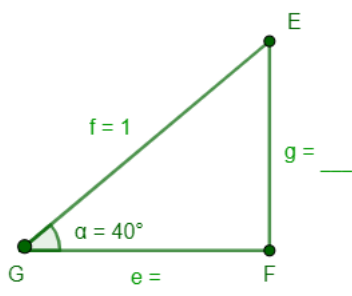


Opgave 6 - Cosinus, Sinus og Tangens

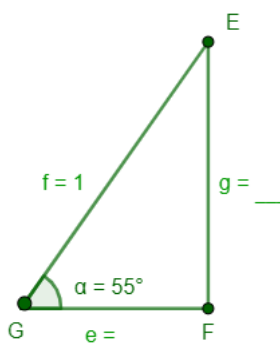
a) Find længderne af de manglende sider



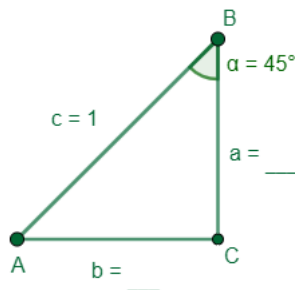
b) Find længderne af de manglende sider



c) Find længderne af de manglende sider

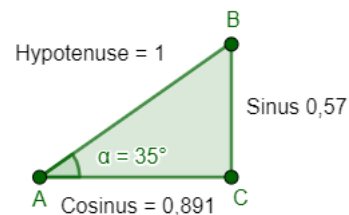


d) Find længderne af de manglende sider

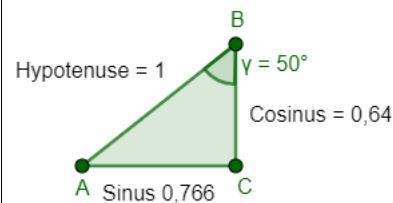


Eksempel på opgaveløsninger:

Tegn en skitse af enhedstrekanter, når vinkel A er 35°

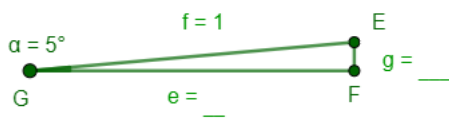


Tegn en skitse af enhedstrekanter, når vinkel B er 50°

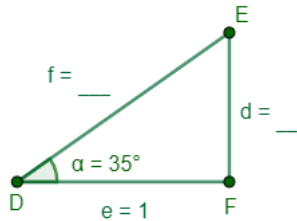


Opgave 6 - Fortsat

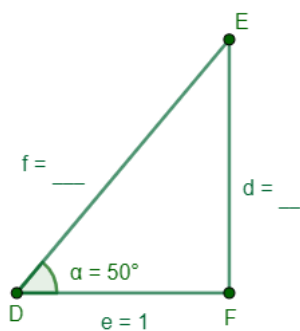
e) Find længderne af de manglende sider



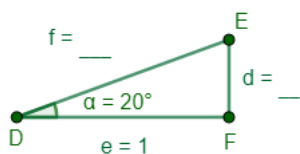
f) Find længderne af de manglende sider - brug tangens og Pythagoras



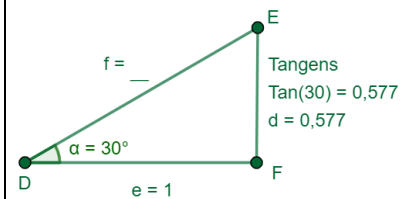
g) Find længderne af de manglende sider - brug tangens og Pythagoras



h) Find længderne af de manglende sider - brug tangens og Pythagoras



Tangens



Linjestykket $d = 0,577$

Linjestykket f findes ved at bruge Pythagoras

$$0,577^2 + 1^2 = f$$

$$f = 1,332929$$

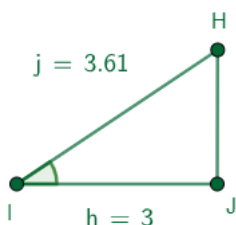
Linjestykket $f = 1,332929$

Opgave 7 - Udregn vinklerne

- a) Vinkel J er 90° . Udregn vinkel:

$$l = \underline{\hspace{2cm}}$$

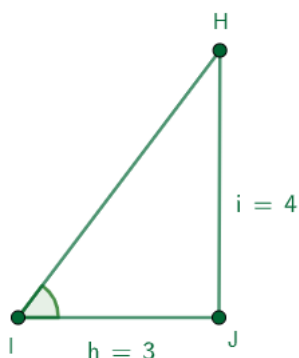
$$H = \underline{\hspace{2cm}}$$



- b) Vinkel J er 90° . Udregn vinkel:

$$l = \underline{\hspace{2cm}}$$

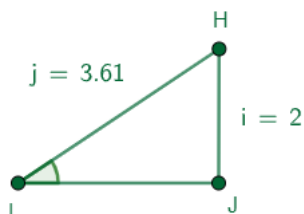
$$H = \underline{\hspace{2cm}}$$



- c) Vinkel J er 90° . Udregn vinkel:

$$l = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$H = \underline{\hspace{2cm}}$$



”Når du kender to sider i en retvinklet trekant kan du udregne størrelserne på vinklerne”

Sinus

$$\sin(A) = \frac{\text{modstående katete}}{\text{Hypotenusen}}$$

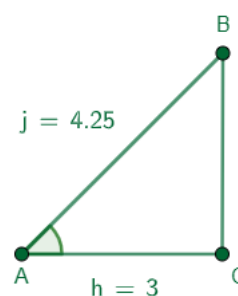
Cosinus

$$\cos(A) = \frac{\text{Hosliggende katete}}{\text{Hypotenusen}}$$

Tangens

$$\tan(A) = \frac{\text{Modstående katete}}{\text{Hosliggende katete}}$$

Eksempel



Vi kender hypotenusen og den hosliggende katete, derfor skal vi bruge cosinus.

$$\cos(A) = \frac{3}{4,25}$$

$$\cos^{-1} = 0,70588$$

$$\text{Vinkel A} = 45^\circ$$

Vinkel B:

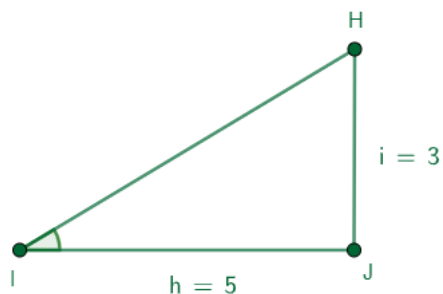
$$180^\circ - 45^\circ - 90^\circ = 45^\circ$$

Opgave 7 - fortsat

d) Vinkel J er 90° . Udregn vinkel:

$$I = \underline{\hspace{2cm}}$$

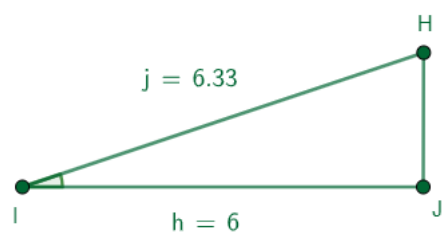
$$H = \underline{\hspace{2cm}}$$



e) Vinkel J er 90° . Udregn vinkel:

$$I = \underline{\hspace{2cm}}$$

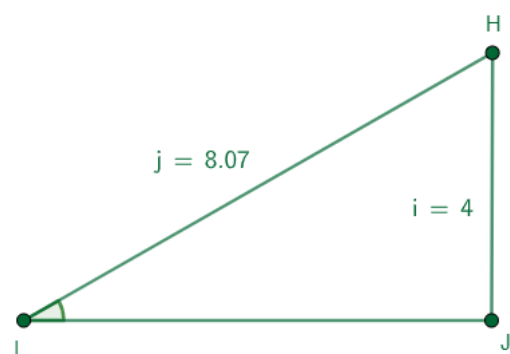
$$H = \underline{\hspace{2cm}}$$



f) Vinkel J er 90° . Udregn vinkel:

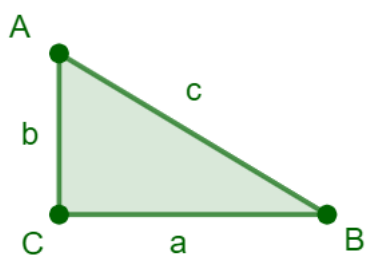
$$I = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$H = \underline{\hspace{2cm}}$$



Opgave 8 - opsamling - retvinklede trekanter

Opgave 8 tager udgangspunkt i en retvinklet trekant som denne



a) Udfyld de manglende felter i tabellen

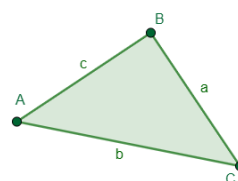
Trekant	Vinkel A	Vinkel B	Vinkel C	Linje a	Linje b	Linje c
1	45°	45°				12
2	40°		90°			9
3			90°	10	12	
4	60°	30°			6	
5			90°		8	15

Opgave 9 - Vilkaarlige trekanter

a) Udregn de manglende vinkler og sider:

Trekant	Vinkel A	Vinkel B	Vinkel C	Linje a	Linje b	Linje c
1	47°	110°		12		
2	36°		40°	15		
3		47°	64°			7
4	40°				10	18

"I en vilkårlig trekant kan du beregne vinkler og sidelængder når du kender mindst en vinkel og to sider eller mindst en side og 2 vinkler"



Sinusrelationerne

$$\frac{a}{\sin(A)} = \frac{b}{\sin(B)} = \frac{c}{\sin(C)}$$

$$\frac{\sin(A)}{a} = \frac{\sin(B)}{b} = \frac{\sin(C)}{c}$$

Opgave

I en vilkårlig trekant kender vinkel A er 60° og linjerne a er 5 og linjen b er 3

$$\frac{5}{\sin(60)} = \frac{3}{\sin(B)}$$

$$\mathbf{Vinkel B = 31,30645}$$

Vinkel C

$$180^\circ - 60^\circ - 31,3^\circ = 88,7^\circ$$

Siden c

$$5^2 + 3^2 = c^2$$

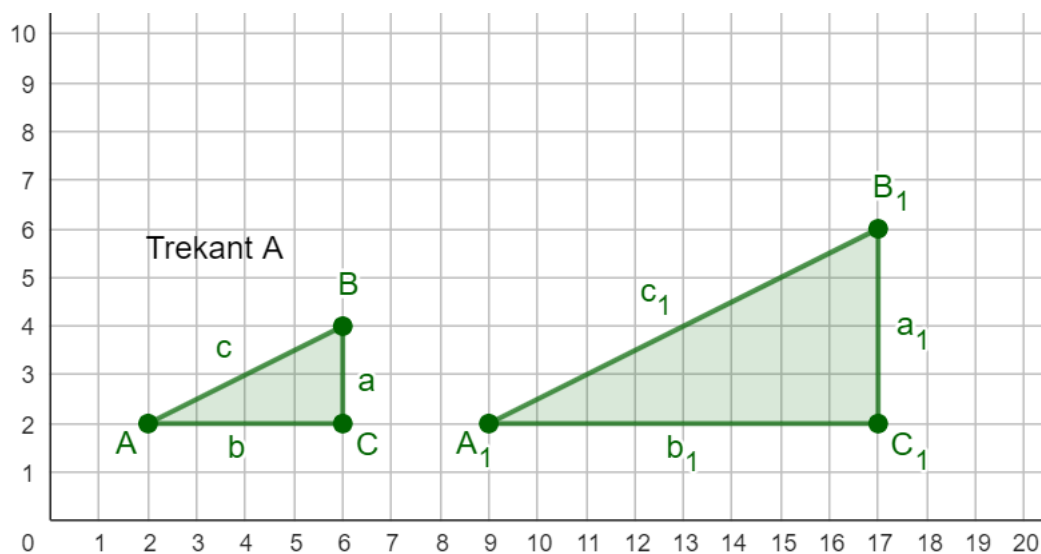
$$c = 5,830952$$

Facitliste

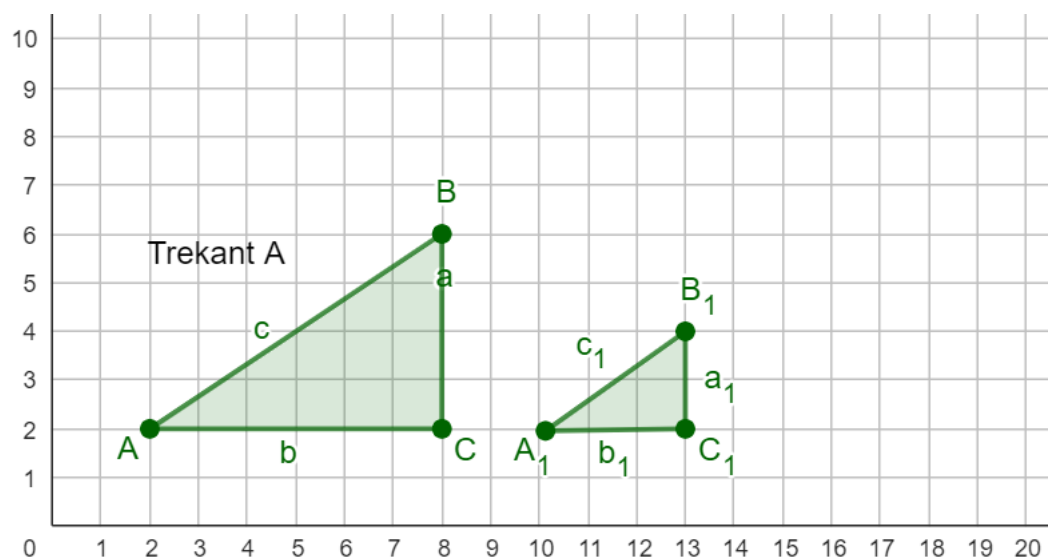
Facitliste til ligedannede trekanter, Pythagoras og trigonometri

Opgave 1

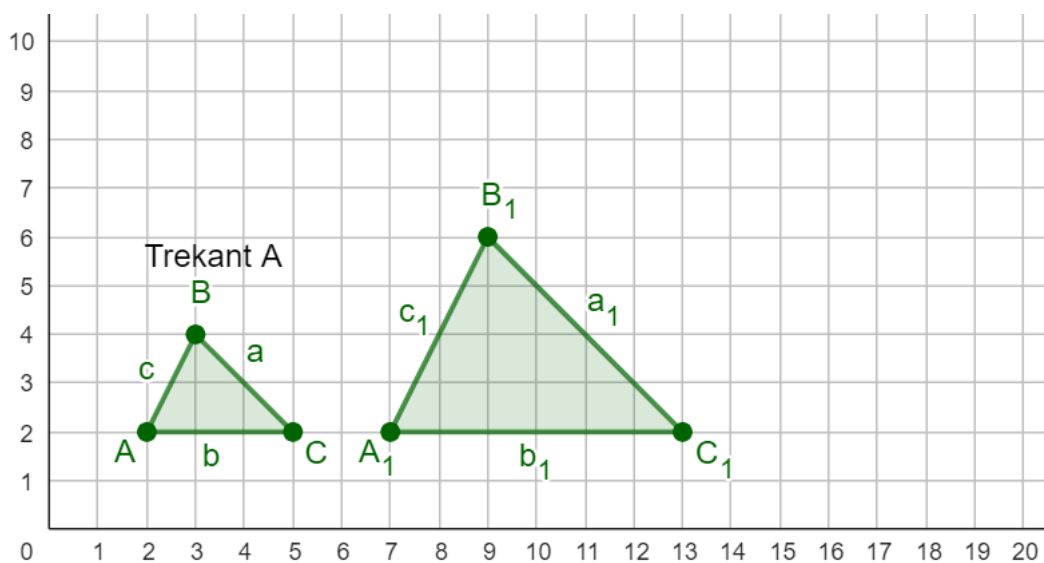
a)



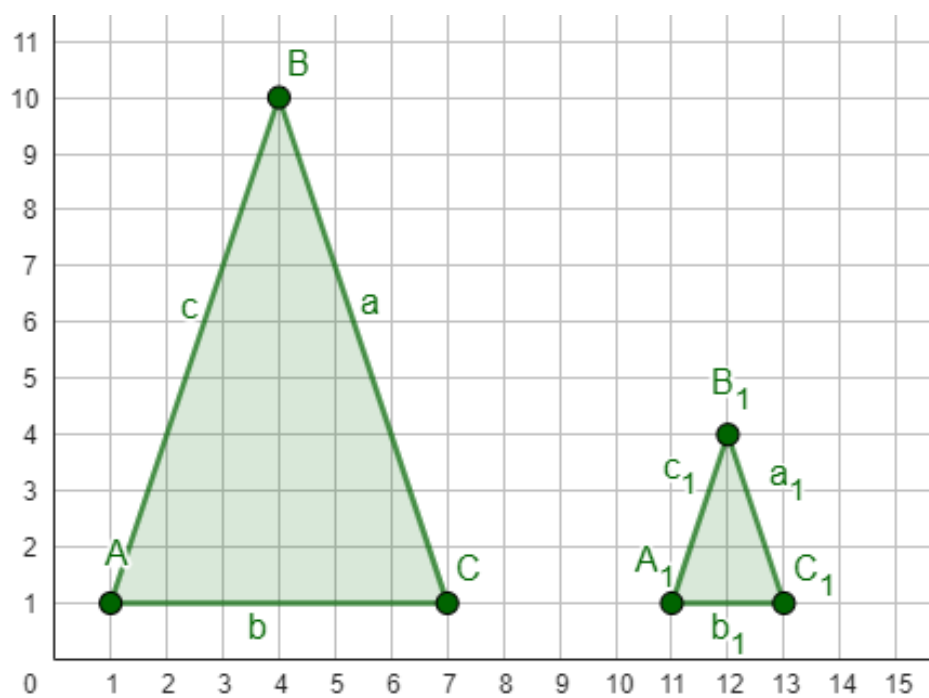
b)



c)



d)



e) Der er mange løsninger til opgave 1d

Opgave 2

- a) 2 gange større
- b) 1,5 gange større
- c) 1,25 gange større

Opgave 3

- a) Linjen c er 2 lang
- b) Linjen c er 3 lang
- c) Linjen f er 4 lang

Opgave 4

- a) Linjen c er 18 lang
- b) Linjen c er 4 lang
- c) Linjen f er 2 lang

Opgave 5

- a) Linjen c er 5 lang
- b) Linjen a er 6,7 lang
- c) Linjen c er 6,4 lang
- d) Linjen b er 2,65 lang
- e) Linjen a er 4,9 lang
- f) Linjen a er 6,7 lang

Opgave 6

- a) Linjen c er 5 lang
- b) Linjen a er 6,7 lang
- c) Linjen c er 6,4 lang
- d) Linjen b er 2,65 lang
- e) Linjen g er 0,087 lang og linjen e er 0,996 lang
- f) Linjen f er 0,35 lang og linjen d er 0,7 lang
- g) Linjen f er 1,56 lang og linjen d er 1,19 lang
- h) Linjen f er 1,06 lang og linjen d er 0,36 lang

Opgave 7

- a) Vinkel H er 56,2 grader og vinkel I er 33,79 grader
- b) Vinkel H er 36,87 grader og vinkel I er 53,13 grader
- c) Vinkel H er 56,36 grader og vinkel I er 33,64 grader
- d) Vinkel H er 59,04 grader og vinkel I er 30,96 grader
- e) Vinkel H er 71,42 grader og vinkel I er 18,58 grader
- f) Vinkel H er 60,29 grader og vinkel I er 29,72 grader

Opgave 8

Trekant	Vinkel A	Vinkel B	Vinkel C	Linje a	Linje b	Linje c
1	47°	110°	23°	12	15,4	6,4
2	36°	104°	40°	15	24,76	16,4
3	69°	47°	64°	7,27	5,69	7
4	40°	33,4°	97,6°	13,7	10	18

Opgave 9 - Vilkaarlige trekanter

a) Udregn de manglende vinkler og sider:

Trekant	Vinkel A	Vinkel B	Vinkel C	Linje a	Linje b	Linje c
1	47°	110°	23	12	15,42	6,41
2	36°	40	40°	15	13,18	20,48
3	69	47°	64°	7,27	6,7	7
4	40°	31,87°	108,13°	12,17	10	18